

## Remédiation - Opérations sur les fractions : synthèse

### A) Rappel des règles

Tu trouveras, sur la fiche de remédiation "Opérations simples sur les fractions", les règles relatives au calcul sur les fractions.

Si tu ne possèdes pas cette fiche, tu peux également les retrouver aux pages 142, 143 et 144 du Référéntiel de théorie du nouvel Actimath du 1<sup>e</sup> degré.

Voici les exemples utilisés sur cette fiche; ils peuvent éventuellement t'aider à retrouver les règles.

Sommes  $\frac{3}{2} + \frac{5}{3} = \frac{9}{6} + \frac{10}{6} = \frac{9+10}{6} = \frac{19}{6}$        $\frac{-3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{-9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{-9+10}{12} = \frac{1}{12}$

$$\frac{-5}{-4} + \frac{4}{-7} = \frac{5}{4} + \frac{-4}{7} = \frac{5}{4} - \frac{4}{7} = \frac{35}{28} - \frac{16}{28} = \frac{35-16}{28} = \frac{19}{28}$$

Produits  $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$        $\frac{4}{9} \cdot \frac{-6}{5} = \frac{4 \cdot (-6)}{9 \cdot 5} = \frac{4 \cdot (-2)}{3 \cdot 5} = \frac{-8}{15}$

$$\frac{-2}{3} \cdot \frac{-5}{7} \cdot \frac{-8}{5} = \frac{-2 \cdot (-5) \cdot (-8)}{3 \cdot 7 \cdot 5} = \frac{-2 \cdot (-1) \cdot (-8)}{3 \cdot 7 \cdot 1} = \frac{-16}{21}$$

Quotients  $\frac{5}{9} : \frac{2}{7} = \frac{5}{9} \cdot \frac{7}{2} = \frac{5 \cdot 7}{9 \cdot 2} = \frac{35}{18}$        $\frac{8}{7} : \frac{-12}{5} = \frac{8}{7} \cdot \frac{-5}{12} = \frac{8 \cdot (-5)}{7 \cdot 12} = \frac{2 \cdot (-5)}{7 \cdot 3} = \frac{-10}{21}$

$$\frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{5}} = \frac{3}{2} : \frac{7}{5} = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{14}$$

$$\frac{\frac{5}{3}}{\frac{8}{1}} = \frac{5}{3} : \frac{8}{1} = \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{5}{24}$$

Puissances  $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{(2)^4}{(3)^4} = \frac{16}{81}$        $\left(\frac{-4}{3}\right)^3 = \frac{(-4)^3}{(3)^3} = \frac{-64}{27}$

## B) Opérations mélangées

Reconnais l'opération, puis calcule.

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{12} = \frac{15}{24} - \frac{2}{24} = \frac{13}{24}$$

$$\frac{-12}{-50} \cdot \frac{75}{-18} = -\frac{12 \cdot 75}{50 \cdot 18} = -\frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 3} = -1$$

$$\frac{-18}{5} \cdot \frac{15}{-8} \cdot \frac{-2}{-25} = \frac{9 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 4 \cdot 25} = \frac{9 \cdot 3 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 25} = \frac{27}{50}$$

$$\left(\frac{-3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$$

$$\frac{\frac{-4}{5}}{\frac{-10}{9}} = \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{10} = \frac{2 \cdot 9}{5 \cdot 5} = \frac{18}{25}$$

$$\frac{4}{-3} = -4 \cdot \frac{4}{3} = -\frac{16}{3}$$

$$\frac{7}{6} : \frac{-21}{10} = -\frac{7}{6} \cdot \frac{10}{21} = -\frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 3} = -\frac{5}{9}$$

$$\frac{-32}{15} : \frac{-48}{45} = \frac{32}{15} \cdot \frac{45}{48} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 3} = 2$$

$$\frac{-21}{-10} \cdot \frac{-5}{12} = -\frac{21 \cdot 5}{10 \cdot 12} = -\frac{7 \cdot 1}{2 \cdot 4} = -\frac{7}{8}$$

$$\frac{-1}{4} - \frac{2}{9} = \frac{-9}{36} - \frac{8}{36} = -\frac{17}{36}$$

$$-3 \cdot \frac{-3}{10} = \frac{3 \cdot 3}{10} = \frac{9}{10}$$

$$\frac{7}{5} - 5 = \frac{7}{5} - \frac{25}{5} = -\frac{18}{5}$$

$$\frac{-2}{9} - \frac{-5}{12} = \frac{-2}{9} + \frac{5}{12} = \frac{-8}{36} + \frac{15}{36} = \frac{7}{36}$$

$$\left(\frac{-3}{4}\right)^3 = -\frac{27}{64}$$

## C) Règles de priorité

- 1) Les règles de priorité vues avec les nombres naturels, puis avec les nombres entiers peuvent s'appliquer aux fractions.

On effectue par priorité les calculs entre **parenthèses**

On effectue dans l'ordre les **puissances, les produits et les sommes**.

A chaque étape, souligne le calcul prioritaire et effectue-le.

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} - \frac{7}{3} = \frac{3}{10} - \frac{7}{3} = \frac{9}{30} - \frac{70}{30} = -\frac{61}{30}$$

$$\frac{2}{15} - \frac{2}{3} : \frac{1}{4} = \frac{2}{15} - \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{1} = \frac{2}{15} - \frac{8}{3} = \frac{2}{15} - \frac{40}{15} = -\frac{38}{15}$$

$$2 - \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{5} = 2 - \frac{8}{15} = \frac{30}{15} - \frac{8}{15} = \frac{22}{15}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{-7}{3} + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{-14}{6} + \frac{3}{6}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{-11}{6} = -\frac{33}{24} = -\frac{11}{8}$$

$$\left(\frac{3}{5} - \frac{-7}{3}\right) \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{3}{5} + \frac{7}{3}\right) \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{9}{15} + \frac{35}{15}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{44}{15} \cdot \frac{1}{2} = \frac{22}{15}$$

$$5 \cdot \left(\frac{-4}{3}\right)^2 = 5 \cdot \frac{16}{9} = \frac{80}{9}$$

$$\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^3 = \frac{3}{5} \cdot \frac{-8}{27} = -\frac{3 \cdot 8}{5 \cdot 27} = -\frac{1 \cdot 8}{5 \cdot 9} = -\frac{8}{45}$$

$$2 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{2}\right)^2 = 2 \cdot \left(\frac{2}{6} - \frac{9}{6}\right)^2 = 2 \cdot \left(\frac{-7}{6}\right)^2 = 2 \cdot \frac{49}{36} = \frac{49}{18}$$

$$\frac{1}{3} : \left(\frac{-2}{7} + \frac{4}{3}\right) = \frac{1}{3} : \left(\frac{-6}{21} + \frac{28}{21}\right) = \frac{1}{3} : \frac{22}{21} = \frac{1}{3} \cdot \frac{21}{22} = \frac{1 \cdot 21}{3 \cdot 22} = \frac{1 \cdot 7}{7 \cdot 22} = \frac{7}{22}$$

$$\left(\frac{1}{4} - \frac{7}{3}\right) : \left(\frac{-1}{5} + \frac{7}{2}\right) = \left(\frac{3}{12} - \frac{28}{12}\right) : \left(\frac{-2}{10} + \frac{35}{10}\right) = \frac{-25}{12} : \frac{33}{10} = \frac{-25}{12} \cdot \frac{10}{33} = -\frac{25 \cdot 5}{6 \cdot 33} = -\frac{125}{198}$$

2) Tu sais qu'un quotient peut s'écrire de deux manières différentes. Dans l'exercice précédent, tu n'as rencontré qu'une seule écriture. Les énoncés de l'exercice 2 utilisent la 2<sup>e</sup> écriture.

Cela te semble peut-être plus compliqué, car il n'y a pas de parenthèses. En réalité, les difficultés sont identiques, à condition d'ajouter (même mentalement) les parenthèses absentes.

Exemple : 
$$\frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{4}}{\frac{7}{5} - \frac{1}{2}} = \frac{\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right)}{\left(\frac{7}{5} - \frac{1}{2}\right)} = \frac{\left(\frac{6}{4} + \frac{1}{4}\right)}{\left(\frac{14}{10} - \frac{5}{10}\right)} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{9}{10}} = \frac{7}{4} \cdot \frac{10}{9} = \frac{7 \cdot 10}{4 \cdot 9} = \frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 9} = \frac{35}{18}$$

Fait apparaître les parenthèses absentes, puis calcule en utilisant les règles de priorité.

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{3}{5} - \frac{2}{3}} = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{3}{5} - \frac{2}{3}\right)} = \frac{\left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right)}{\left(\frac{9}{15} - \frac{10}{15}\right)} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{-1}{15}} = \frac{5}{6} \cdot \frac{-15}{1} = -\frac{5 \cdot 15}{6} = -\frac{5 \cdot 5}{2} = -\frac{25}{2}$$

$$2 + \frac{1}{5} = \frac{\left(2 + \frac{1}{5}\right)}{\left(3 - \frac{1}{5}\right)} = \frac{\left(\frac{10}{5} + \frac{1}{5}\right)}{\left(\frac{15}{5} - \frac{1}{5}\right)} = \frac{\frac{11}{5}}{\frac{14}{5}} = \frac{11}{5} \cdot \frac{5}{14} = \frac{11}{14}$$

$$-\frac{3}{2} + 3 = \frac{\left(-\frac{3}{2} + 3\right)}{\left(-5 \cdot \frac{2}{3}\right)} = \frac{\left(\frac{-3}{2} + \frac{6}{2}\right)}{\left(\frac{-10}{3}\right)} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{-10}{3}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{-3}{10} = -\frac{9}{20}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right)^2}{\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{2}\right)^3} = \frac{\left(\frac{4}{20} - \frac{5}{20}\right)^2}{\left(\frac{4}{10} - \frac{5}{10}\right)^2} = \frac{\left(\frac{-1}{20}\right)^2}{\left(\frac{-1}{10}\right)^2} = \frac{\frac{1}{400}}{\frac{1}{100}} = \frac{1}{400} \cdot \frac{100}{1} = \frac{1}{4}$$

### D) Valeurs numériques

Pour calculer les valeurs numériques ci-dessous, il faut d'abord remplacer les lettres par leur valeur, ajouter les éventuelles parenthèses manquantes puis effectuer.

Calcule les valeurs numériques des expressions ci-dessous, si tu sais que

$$a = \frac{-2}{3}, b = \frac{3}{4}, c = \frac{3}{2} \text{ et } d = \frac{-1}{5}.$$

$$(a + c) : (b + d) = \left(\frac{-2}{3} + \frac{3}{2}\right) : \left(\frac{3}{4} + \frac{-1}{5}\right) = \left(\frac{-4}{6} + \frac{9}{6}\right) : \left(\frac{15}{20} - \frac{4}{20}\right) = \frac{5}{6} : \frac{11}{20} = \frac{5}{6} \cdot \frac{20}{11} = \frac{50}{33}$$

$$\frac{a \cdot b}{c \cdot d} = \frac{\frac{-2}{3} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{3}{2} \cdot \frac{-1}{5}} = \frac{\frac{-1}{2}}{\frac{-3}{10}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3} = \frac{1 \cdot 5}{1 \cdot 3} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{c - b}{a \cdot d} = \frac{\frac{3}{2} - \frac{3}{4}}{\frac{-2}{3} \cdot \frac{-1}{5}} = \frac{\frac{6}{4} - \frac{3}{4}}{\frac{2}{15}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{15}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{15}{2} = \frac{45}{8}$$

$$b^3 : 2d = \left(\frac{3}{4}\right)^3 : \left(2 \cdot \frac{-1}{5}\right) = \frac{27}{64} : \frac{-2}{5} = -\frac{27}{64} \cdot \frac{5}{2} = -\frac{135}{128}$$

$$\frac{a \cdot c^2}{a^2 \cdot b} = \frac{\frac{-2}{3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2}{\left(\frac{-2}{3}\right)^2 \cdot \frac{3}{4}} = \frac{\frac{-2}{3} \cdot \frac{9}{4}}{\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{1}{3}} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{1} = -\frac{9}{2}$$

$$\frac{1 + b}{1 - d} = \frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{-1}{5}} = \frac{1 + \frac{3}{4}}{1 + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{4}{4} + \frac{3}{4}}{\frac{5}{5} + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{6}{5}} = \frac{7}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{35}{24}$$

$$\frac{a + b}{c + d} = \frac{\frac{-2}{3} + \frac{3}{4}}{\frac{3}{2} + \frac{-1}{5}} = \frac{\frac{-8}{12} + \frac{9}{12}}{\frac{15}{10} - \frac{2}{10}} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{13}{10}} = \frac{1}{12} \cdot \frac{10}{13} = \frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 13} = \frac{5}{78}$$

$$\frac{2c - d}{3a + d} = \frac{2 \cdot \frac{3}{2} - \frac{-1}{5}}{3 \cdot \frac{-2}{3} + \frac{-1}{5}} = \frac{3 + \frac{1}{5}}{-2 - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{15}{5} + \frac{1}{5}}{-\frac{10}{5} - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{16}{5}}{-\frac{11}{5}} = \frac{16}{5} \cdot \frac{-5}{11} = -\frac{16}{11}$$

$$\frac{(b + c)^2}{c^2 + d^2} = \frac{\left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}\right)^2}{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{-1}{5}\right)^2} = \frac{\left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}\right)^2}{\frac{9}{4} + \frac{1}{25}} = \frac{\left(\frac{3}{4} + \frac{6}{4}\right)^2}{\frac{225}{100} + \frac{4}{100}} = \frac{\left(\frac{9}{4}\right)^2}{\frac{229}{100}} = \frac{81}{16} \cdot \frac{100}{229} = \frac{81 \cdot 25}{4 \cdot 229} = \frac{2025}{916}$$

### E) Fractions et nombres décimaux : faut-il choisir ?

Les nombres décimaux limités peuvent tous s'écrire facilement sous forme d'une fraction décimale et toutes les fractions à termes entiers peuvent s'écrire sous forme de nombres décimaux.

La question est donc : "Si dans un calcul apparaissent des fractions et des nombres décimaux, avec quels nombres faut-il travailler ? Les fractions ou les nombres décimaux ?

Exemples :  $1,5 + \frac{3}{4} = 1,5 + 0,75 = 2,25$       ou       $1,5 + \frac{3}{4} = \frac{3}{2} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$

$0,5 + \frac{2}{3} = 0,5 + 0,666... = 1,1666...$       ou       $0,5 + \frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6}$

Dans les exercices ci-dessous choisis la méthode qui te paraît la plus simple pour calculer.

$\frac{1}{3} - 0,3 = \frac{1}{3} - \frac{3}{10} = \frac{10}{30} - \frac{9}{30} = \frac{1}{30}$	$0,125 \cdot \frac{8}{5} = \frac{1}{8} \cdot \frac{8}{5} = \frac{1}{5}$
$\frac{1}{2} + 0,7 = 0,5 + 0,7 = 1,2$	$2,5 : \frac{2}{3} = 2,5 \cdot \frac{3}{2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{4}$
$-0,25 + \frac{3}{7} = \frac{-1}{4} + \frac{3}{7} = \frac{-7}{28} + \frac{12}{28} = \frac{5}{28}$	$\frac{33}{10} : 0,3 = \frac{33}{10} : \frac{3}{10} = \frac{33}{10} \cdot \frac{10}{3} = 11$
$\frac{3}{2} \cdot 0,6 = \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{10} = \frac{3 \cdot 3}{1 \cdot 10} = \frac{9}{10}$	$4,2 : \frac{2}{3} = \frac{42}{10} : \frac{2}{3} = \frac{21 \cdot 3}{10 \cdot 1} = \frac{63}{10}$
$0,4 \cdot \frac{-5}{2} = 0,4 \cdot (-2,5) = -1$	$0,21 : 0,07 = \frac{21}{100} : \frac{7}{100} = \frac{21}{100} \cdot \frac{100}{7} = 3$

Utilise les règles de priorité pour calculer.

$0,5 + \frac{1}{4} = \frac{0,5+0,25}{0,125+0,250} = \frac{0,750}{0,375} = 2$       ou       $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{8} = 2$

$\frac{-2}{3} \cdot 1,2 = \frac{-2}{3} \cdot \frac{6}{5} = \frac{-4}{5} = \frac{-4}{5} = \frac{-4}{5} \cdot \frac{10}{10} = \frac{-4}{5} \cdot \frac{2}{2} = \frac{-4}{5}$

$2,3 - \frac{1}{2} = \frac{23}{10} - \frac{1}{2} = \frac{23}{10} - \frac{5}{10} = \frac{18}{10} = \frac{-4}{5} \cdot \frac{10}{10} = \frac{-4}{5} \cdot \frac{2}{2} = \frac{-4}{5}$

$(-0,3 + \frac{1}{3}) : (0,2 - \frac{1}{2}) = (\frac{-3}{10} + \frac{1}{3}) : (\frac{1}{5} - \frac{1}{2}) = (\frac{-9}{30} + \frac{10}{30}) : (\frac{2}{10} - \frac{5}{10}) = \frac{1}{30} : \frac{-3}{10} = \frac{1}{30} \cdot \frac{-10}{3} = \frac{-1}{9}$